Guillaume Deschamps

Petit tour d’horizon de problèmes Mathématiques

Enseignant-chercheur en Mathématiques à l’université de Brest

Après une rapide présentation de son parcours et de ses recherches sur « les espaces de twisteurs », Guillaume Deschamps nous a proposé un petit voyage mathématiques en plusieurs étapes. Chacun des problèmes présentés étaient indépendants les uns des autres et tous étaient facilement compréhensibles et ne nécessitaient aucun prérequis scientifiques. Voilà un petit extrait de quelques étapes de ce voyage...

1. Maths et Magie
Ici tout le monde devait penser à un nombre entre 10 et 99, puis après une petite opération sur ce nombre, il a été projeté un tableau où chaque nombre correspondait à une personnalité différente. Et comme si Guillaume Deschamps avait pris le contrôle de notre cerveau, nous avions tous « choisi » la même personne !
L’explication de ce tour de magie réside finalement sur une propriété arithmétique élémentaire des entiers.

2. Construction à la règle et aux compas.
Nous sommes ensuite revenu sur le problème historique des constructions à la règle et au compas. Et plus particulièrement sur :

- La trisection de l’angle. Peut-on toujours couper un angle en trois ?
- La duplication du cube. Peut-on doubler le volume d’un cube ?
- La quadrature du cercle. Peut-on construire un carré de la même aire qu’un disque donné.
- La construction des polygones réguliers. Sont-ils tous constructibles ? Même l’heptagone (7 cotés) ?

Ces problèmes dont les énoncés datent de -400, ont représenté un très gros défi pour les géomètres. La solution vint de l’algèbre, après presque 2000 ans d’attente. La communauté mathématiques pu alors enfin répondre par la négation à ces quatre problèmes. La quadrature du cercle est depuis rentré dans le langage courant comme un synonyme de problème insoluble.

Une application de ces résultats dans la vie courante est celle de la découpe des gâteaux : il n’est pas possible de découper un gâteau (à la règle et au compas) ni en sept, ni en neuf parts égales !

3. Soirée pizzas entre mathématiciens

Le problème est le suivant : une pizza arrive prédécoupée (a priori en parts inégales). Nous sommes deux à manger et l'on choisit une part à tour de rôle. Il y a une dernière contrainte, c'est de toujours choisir une part adjacente à celle précédemment choisie. La première personne peut donc choisir n'importe quelle part pour commencer, mais ensuite il n'a plus que deux choix possibles ; les deux parts adjacentes : celle à gauche ou celle à droite de la part précédemment choisi. On continue ainsi jusqu'à épuisement de la pizza.
La question naturelle qui se pose est : quelle stratégie adopter pour manger le plus de pizzas possible ?
La stratégie du « glouton », qui consisterait à chaque étape à choisir la plus grosse des deux parts qui s'offre à nous, n'est pas la meilleure. Un contre exemple a été proposé.

Il faut bien comprendre que deux cas bien distincts peuvent se produire. Pour un nombre pair de parts, on comprend assez rapidement que la première personne est sûre de manger au moins la moitié de la pizza. Par contre pour un nombre impair de parts, un article dans une revue mathématiques publié en 2011 démontre que, dans le pire des cas, la première personne ne peut pas manger plus des 4/9 de la pizzas ! Soit un peu moins de la moitié… Ce résultat est assez contre intuitif.

4. Mélange de cartes

Après la soirée pizzas, nous sommes allés jouer aux cartes ! La question est de savoir, dans un jeu de 52 cartes, combien y-a-t-il d'arrangements différents des cartes? En gros il y a 52 possibilités pour la première carte du jeu, puis 51 possibilités pour la deuxième.... Ce nombre est astronomiquement grand. Nous avons vu qu'il est aussi grand que le nombre d'atomes dans notre galaxie !

Dans le même ordre d'idée, on peut se demander combien de fois doit-on mélanger un jeu de cartes pour qu'il soit « bien mélangé ». Après avoir donné la définition d'un jeu bien mélangé et du type de mélange considéré (le mélange dit à l'américaine ou riffle shuffle), Guillaume Deschamps nous a présenté un article de 1992 qui donne (en moyenne) le nombre de cartes qu'on est en mesure de deviner après un, deux, trois…. mélanges. Répondant ainsi à la problématique.